



## KARTA PRZEDMIOTU

Kod przedmiotu	studia stacjonarne:	<b>Z-IB-202</b>
	studia niestacjonarne:	<b>Z-IBN-202</b>
Nazwa przedmiotu	<b>Analiza matematyczna II</b>	
Nazwa przedmiotu w języku angielskim	<b>Calculus II</b>	
Obowiązuje od roku akademickiego	<b>2026/2027</b>	

## USYTUOWANIE PRZEDMIOTU W SYSTEMIE STUDIÓW

Kierunek studiów	<b>INŻYNIERIA BIOMEDYCZNA</b>	
Poziom kształcenia	<b>I stopień</b>	
Profil studiów	<b>Praktyczny</b>	
Forma i tryb prowadzenia studiów	<b>Studia stacjonarne i niestacjonarne</b>	
Zakres	<b>Wszystkie zakresy</b>	
Jednostka prowadząca przedmiot	Uczelnia	<b>Politechnika Świętokrzyska</b>
	Jednostka	<b>Katedra Matematyki i Fizyki</b>
Koordynator przedmiotu	<b>dr hab. Beata Maciejewska, prof. PŚk</b>	
Zatwierdził	<b>dr hab. inż. Dariusz Bojczuk, prof. PŚk</b>	

## OGÓLNA CHARAKTERYSTYKA PRZEDMIOTU

Przynależność do grupy/bloku przedmiotów	<b>Przedmiot kształcenia ogólnego</b>	
Status przedmiotu	<b>Obowiązkowy</b>	
Język prowadzenia zajęć	<b>Polski</b>	
Usytuowanie w planie studiów - semestr	studia stacjonarne	<b>Semestr II</b>
	studia niestacjonarne	<b>Semestr II</b>
Wymagania wstępne	<b>Brak</b>	
Egzamin (TAK/NIE)	<b>TAK</b>	
Liczba punktów ECTS	<b>4</b>	

Forma prowadzenia zajęć		wykład	ćwiczenia	laboratorium	projekt	inne
Liczba godzin w semestrze	studia stacjonarne:	<b>30</b>	<b>30</b>			
	studia niestacjonarne:	<b>18</b>	<b>18</b>			

**EFEKTY UCZENIA SIĘ**

Kategoria	Symbol efektu	Efekty kształcenia	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01	Zna podstawowe pojęcia rachunku różniczkowego i całkowego (funkcji dwóch zmiennych) oraz właściwą dla nich symbolikę matematyczną.	IB1_W01
	W02	Zna procedury poszukiwania ekstremum lokalnego, globalnego oraz warunkowego funkcji dwóch zmiennych oraz ekstremum lokalnego funkcji uwikłanej.	IB1_W01
	W03	Zna zastosowania rachunku różniczkowego i całkowego funkcji wielu zmiennych w prostych zagadnieniach mechaniki.	IB1_W01
Umiejętności	U01	Ma wystarczającą sprawność w obliczaniu pochodnych cząstkowych, całek wielokrotnych i krzywoliniowych.	IB1_U04
	U02	Potrafi modelować matematycznie proste zagadnienia optymalizacyjne i znajdować ich rozwiązania.	IB1_U04
	U03	Potrafi stosować poznane narzędzia matematyczne do rozwiązywania nieskomplikowanych problemów praktycznych. Umie zaprezentować rozwiązanie zagadnienia, używając poprawnego języka matematycznego.	IB1_U04
Kompetencje społeczne	K01	Rozumie potrzebę ciągłego dokształcania się i podnoszenia swoich kompetencji. Student rozumie związek między nakładem pracy, a jej efektem.	IB1_K01
	K02	Jest gotów przedstawiać swoje stanowisko (tok myślenia) i bronić go, używając rzeczowych argumentów w dyskusji	IB1_K04

**TREŚCI PROGRAMOWE**

Forma zajęć	Treści programowe
wykład	Funkcje wielu zmiennych. Pochodne cząstkowe. Gradient i jego interpretacja. Pochodna kierunkowa. Różniczka zupełna funkcji. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów. Pochodne funkcji złożonych-reguła łańcuchowa. Różniczki wyższych rzędów. Wzór Taylora. Ekstrema lokalne funkcji dwóch zmiennych. Ekstremum absolutne funkcji dwóch zmiennych na zbiorze zwartym - twierdzenie Weierstrassa. Zagadnienia optymalizacyjne. Ekstremum warunkowe funkcji dwóch zmiennych – optymalizacja przy ograniczeniach. Funkcja uwikłana. Twierdzenie o istnieniu i różniczkowalności funkcji uwikłanej. Ekstrema lokalne funkcji uwikłanej. Całka podwójna - definicja i własności. Całka podwójna w obszarze normalnym. Zmiana kolejności całkowania w całce podwójnej. Współrzędne biegunowe. Zamiana zmiennych w całce podwójnej. Zastosowania geometryczne i mechaniczne całek wielokrotnych. Całki krzywoliniowe zorientowane i niezorientowane. Twierdzenie Greena.

ćwiczenia	Wyznaczanie dziedziny funkcji wielu zmiennych. Obliczanie pochodnych cząstkowych funkcji wielu zmiennych. Wyznaczanie pochodnej kierunkowej. Obliczanie pochodnych cząstkowych wyższych rzędów. Zastosowanie różniczki funkcji i wzoru Taylora do obliczeń przybliżonych. Wyznaczanie ekstremów lokalnych funkcji dwóch zmiennych. Wyznaczanie ekstremum globalnego funkcji dwóch zmiennych na obszarze domkniętym. Zagadnienia optymalizacyjne. Wyznaczanie ekstremum warunkowego funkcji dwóch zmiennych. Zagadnienia optymalizacyjne przy ograniczeniach. Funkcja uwikłana. Obliczanie pochodnych funkcji uwikłanej. Wyznaczanie równania stycznej do wykresu funkcji uwikłanej. Wyznaczanie ekstremów lokalnych funkcji uwikłanej. Wyznaczanie granic całkowania w całe podwójnej. Zmiana kolejności całkowania w całe podwójnej. Obliczanie całki podwójnej w obszarze normalnym. Opisywanie obszaru płaskiego we współrzędnych biegunowych. Obliczanie całki podwójnej we współrzędnych biegunowych. Zastosowania geometryczne i mechaniczne całek wielokrotnych. Obliczanie całek krzywoliniowych niezorientowanych. Obliczanie całek krzywoliniowych zorientowanych. Twierdzenie Greena.
-----------	--

### **METODY WERYFIKACJI EFEKTÓW UCZENIA SIĘ**

Symbol efektu	Metody sprawdzania efektów kształcenia					
	Egzamin ustny	Egzamin pisemny	Kolokwium	Projekt	Sprawozdanie	Inne (obserwacja, dyskusja)
W01		X	X			
W02		X	X			
W03		X	X			
U01		X	X			
U02		X	X			
U03		X	X			
K01						X
K02		X				

### **FORMA I WARUNKI ZALICZENIA**

Forma zajęć	Forma zaliczenia	Warunki zaliczenia
wykład	egzamin	Uzyskanie co najmniej 50% punktów z pisemnego egzaminu
ćwiczenia	zaliczenie z oceną	Uzyskanie co najmniej 50% punktów z pisemnych sprawozdań (kolokwiów)

## NAKŁAD PRACY STUDENTA

Bilans punktów ECTS												
Lp.	Rodzaj aktywności	Obciążenie studenta										Jednostka
		studia stacjonarne					studia niestacjonarne					
		W	C	L	P	S	W	C	L	P	S	
1.	Udział w zajęciach zgodnie z planem studiów	30	30				18	18				h
2.	Inne (konsultacje, egzamin)	2	2				2	2				h
3.	<b>Razem przy bezpośrednim udziale nauczyciela akademickiego</b>	<b>64</b>					<b>40</b>					h
4.	<b>Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje przy bezpośrednim udziale nauczyciela akademickiego</b>	<b>2,6</b>					<b>1,6</b>					ECTS
5.	<b>Liczba godzin samodzielnej pracy studenta</b>	<b>36</b>					<b>60</b>					h
6.	<b>Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach samodzielnej pracy</b>	<b>1,4</b>					<b>2,4</b>					ECTS
7.	<b>Nakład pracy związany z zajęciami o charakterze praktycznym</b>	<b>50</b>					<b>50</b>					h
8.	<b>Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym</b>	<b>2,0</b>					<b>2,0</b>					ECTS
9.	<b>Sumaryczne obciążenie pracą studenta</b>	<b>100</b>					<b>100</b>					h
10.	<b>Punkty ECTS za moduł</b> <i>1 punkt ECTS=25 godzin obciążenia studenta</i>	<b>4</b>										ECTS

## LITERATURA

1. Żakowski W., Kołodziej W., (1997), *Matematyka. Cz. II*, WNT, Warszawa.
2. Hożejowska S., Hożejowski L., Maciąg A., (2005), *Matematyka w zadaniach dla studiów ekonomiczno-technicznych*, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce.
3. Krysicki W., Włodarski L., (2002), *Analiza matematyczna w zadaniach. Cz. 1 i cz.2*, PWN, Warszawa.
4. Tarnowski S., Wajler S., (2001), *Matematyka w zadaniach, cz. IV, cz. V*, skrypty PŚk, Kielce 2000.
5. Stewart J., (1991), *Calculus : Early Transcendentals*, Brooks/Cole Publishing Company, Pacific Grove.