



### KARTA PRZEDMIOTU

Kod przedmiotu	<b>Z-EKO1-U-203</b>
Nazwa przedmiotu	<b>Analiza matematyczna II</b>
Nazwa przedmiotu w języku angielskim	<b>Calculus II</b>
Obowiązuje od roku akademickiego	<b>2021/2022</b>

### USYTUOWANIE MODUŁU W SYSTEMIE STUDIÓW

Kierunek studiów	<b>EKONOMIA</b>
Poziom kształcenia	<b>I stopień</b>
Profil studiów	<b>Praktyczny</b>
Forma i tryb prowadzenia studiów	<b>Studia stacjonarne</b>
Zakres	<b>Wszystkie zakresy</b>
Jednostka prowadząca przedmiot	<b>Katedra Informatyki i Matematyki Stosowanej</b>
Koordinator przedmiotu	<b>Dr hab. Beata Maciejewska</b>
Zatwierdził	<b>Dr hab. inż. Dariusz Bojczuk, prof. PŚk</b>

### OGÓLNA CHARAKTERYSTYKA PRZEDMIOTU

Przynależność do grupy/bloku przedmiotów	<b>Przedmiot podstawowy</b>
Status przedmiotu	<b>Obowiązkowy</b>
Język prowadzenia zajęć	<b>Polski</b>
Usytuowanie modułu w planie studiów - semestr	<b>Semestr II</b>
Wymagania wstępne	<b>Analiza matematyczna I</b>
Egzamin (TAK/NIE)	<b>NIE</b>
Liczba punktów ECTS	<b>4</b>

Forma prowadzenia zajęć	wykład	ćwiczenia	laboratorium	projekt	inne
Liczba godzin w semestrze	<b>30</b>	<b>30</b>			

## EFEKTY UCZENIA SIĘ

Kategoria	Symbol efektu	Efekty kształcenia	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01	Zna podstawowe pojęcia rachunku różniczkowego i całkowego (dwóch zmiennych) oraz właściwą dla nich symbolikę matematyczną.	EKO1_W06
	W02	Zna procedury poszukiwania ekstremum lokalnego, globalnego oraz warunkowego funkcji dwóch zmiennych oraz ekstremum lokalnego funkcji uwikłanej.	EKO1_W06
	W03	Zna zastosowania całek podwójnych w geometrii oraz w prostych zagadnieniach ekonomii matematycznej. Zna pojęcie różniczki zupełnej.	EKO1_W06
Umiejętności	U01	Ma wystarczającą sprawność w obliczaniu prostych pochodnych cząstkowych i całek.	EKO1_U04
	U02	Potrafi modelować matematycznie proste zagadnienia optymalizacyjne i znajdować ich rozwiązania.	EKO1_U04
	U03	Potrafi stosować poznane narzędzia matematyczne do rozwiązywania nieskomplikowanych problemów praktycznych. Umie zaprezentować rozwiązanie zagadnienia, używając poprawnego języka matematycznego.	EKO1_U04
Kompetencje społeczne	K01	Potrafi przedstawiać swoje stanowisko (swoją sposób myślenia) i bronić go, używając rzeczowych argumentów w dyskusji.	EKO1_K08
	K02	Widzi potrzebę pogłębienia i uzupełnienia wiedzy z zakresu metod matematyki stosowanej w zależności od potrzeb swojej pracy zawodowej.	EKO1_K01

## TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć	Treści programowe
wykład	1. Całki niewłaściwe pierwszego i drugiego rodzaju.
	2. Szeregi liczbowe (o wyrazach dodatnich oraz naprzemienne). Kryteria zbieżności szeregów.
	3. Szereg potęgowy. Promień zbieżności szeregu potęgowego. Rozwijanie funkcji w szereg potęgowy.
	4. Funkcje wielu zmiennych. Dziedzina, poziomica i wykresy wybranych funkcji dwóch zmiennych.
	5. Ciągłość i granica funkcji dwóch zmiennych.
	6. Pochodne cząstkowe. Gradient i jego interpretacja. Pochodna kierunkowa.
	7. Różniczka zupełna funkcji. Elastyczność cząstkowa funkcji.
	8. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów. Pochodne funkcji złożonych-reguła łańcuchowa. Wzór Taylora.
	9. Ekstrema lokalne funkcji dwóch zmiennych. Metoda najmniejszych kwadratów.
	10. Ekstrema globalne funkcji dwóch zmiennych na zbiorze zwartym - twierdzenie Weierstrassa. Zagadnienia optymalizacyjne. Ekstrema warunkowe funkcji dwóch zmiennych – optymalizacja przy ograniczeniach.
	11. Funkcja uwikłana. Twierdzenie o istnieniu i różniczkowalności funkcji uwikłanej. Ekstrema lokalne funkcji uwikłanej.
	12. Całka podwójna - definicja i własności. Twierdzenie Fubiniego. Całka podwójna po prostokącie.
	13. Całka podwójna po obszarze normalnym. Zmiana kolejności całkowania w całce iterowanej.
	14. Współrzędne biegunowe. Wzór na zamianę zmiennych w całce podwójnej.
	15. Kolokwium zaliczeniowe.
ćwiczenia	1. Obliczanie całek niewłaściwych pierwszego i drugiego rodzaju.

2. Badanie zbieżności szeregów liczbowych o wyrazach dodatnich oraz naprzemiennych
3. Wyznaczanie przedziału zbieżności szeregu potęgowego. Rozwijanie funkcji w szereg potęgowy.
4. Dziedzina funkcji wielu zmiennych. Obliczanie pochodnych cząstkowych funkcji wielu zmiennych.
5. Pochodna kierunkowa. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów. Pochodne funkcji złożonych.
6. Zastosowanie różniczki funkcji i wzoru Taylora do obliczeń przybliżonych. Wyznaczanie elastyczności funkcji, interpretacja i zastosowanie w ekonomii.
7. Wyznaczanie ekstremów lokalnych funkcji dwóch zmiennych. Zastosowanie metody najmniejszych kwadratów do wyznaczania wzoru funkcji najlepiej dopasowanej do podanego zbioru punktów.
8. Wyznaczanie ekstremum globalnego funkcji dwóch zmiennych na obszarze domkniętym. Zagadnienia optymalizacyjne.
9. Wyznaczanie ekstremum warunkowego funkcji dwóch zmiennych. Zagadnienia optymalizacyjne przy ograniczeniach.
10. Funkcja uwikłana. Obliczanie pochodnych funkcji uwikłanej.
11. Wyznaczanie równania stycznej do wykresu funkcji uwikłanej. Wyznaczanie ekstremów lokalnych funkcji uwikłanej.
12. Wyznaczanie granic całkowania w całości podwójnej. Zmiana kolejności całkowania w całości podwójnej.
13. Obliczanie całki podwójnej w obszarze normalnym.
14. Opisywanie obszaru płaskiego we współrzędnych biegunowych. Obliczanie całki podwójnej we współrzędnych biegunowych.
15. Kolokwium zaliczeniowe.

### **METODY WERYFIKACJI EFEKTÓW UCZENIA SIĘ**

Symbol efektu	Metody sprawdzania efektów kształcenia					
	Egzamin ustny	Egzamin pisemny	Kolokwium	Projekt	Sprawozdanie	Inne
W01			X			
W02			X			
W03			X			
U01			X			
U02			X			
U03			X			
K01			X			
K02						X

### **FORMA I WARUNKI ZALICZENIA**

Forma zajęć	Forma zaliczenia	Warunki zaliczenia
wykład	zaliczenie z oceną	Uzyskanie co najmniej 50% punktów z kolokwium w trakcie zajęć
ćwiczenia	zaliczenie z oceną	Uzyskanie co najmniej 50% punktów z kolokwium w trakcie zajęć

## NAKŁAD PRACY STUDENTA

Bilans punktów ECTS							
Lp.	Rodzaj aktywności	Obciążenie studenta					Jednostka
		W	C	L	P	S	
1.	Udział w zajęciach zgodnie z planem studiów	30	30				h
2.	Inne (konsultacje, egzamin)	2	2				h
3.	<b>Razem przy bezpośrednim udziale nauczyciela akademickiego</b>	<b>64</b>					h
4.	<b>Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje przy bezpośrednim udziale nauczyciela akademickiego</b>	<b>2,6</b>					ECTS
5.	<b>Liczba godzin samodzielnej pracy studenta</b>	<b>36</b>					h
6.	<b>Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach samodzielnej pracy</b>	<b>1,4</b>					ECTS
7.	<b>Nakład pracy związany z zajęciami o charakterze praktycznym</b>	<b>50</b>					h
8.	<b>Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym</b>	<b>2,0</b>					ECTS
9.	<b>Sumaryczne obciążenie pracą studenta</b>	<b>100</b>					h
10.	<b>Punkty ECTS za moduł</b> <i>1 punkt ECTS=25 godzin obciążenia studenta</i>	<b>4</b>					ECTS

## LITERATURA

1. Żakowski W., Kołodziej W. (1997), *Matematyka. Cz. II*, WNT, Warszawa.
2. Ostoja-Ostaszewski A. (1996), *Matematyka w ekonomii. Modele i metody, cz.2.*, PWN, Warszawa.
3. Chiang Alpha C. (1994), *Podstawy ekonomii matematycznej*, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa,
4. Hożejowska S., Hożejowski L., Maciąg A. (2005), *Matematyka w zadaniach dla studiów ekonomiczno-technicznych*, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce.
5. Krysicki W., Włodarski L. (2002), *Analiza matematyczna w zadaniach. Cz. 1 i cz.2*, PWN, Warszawa.