

Temat: Badanie soczewek, wyznaczanie odległości ogniskowej.

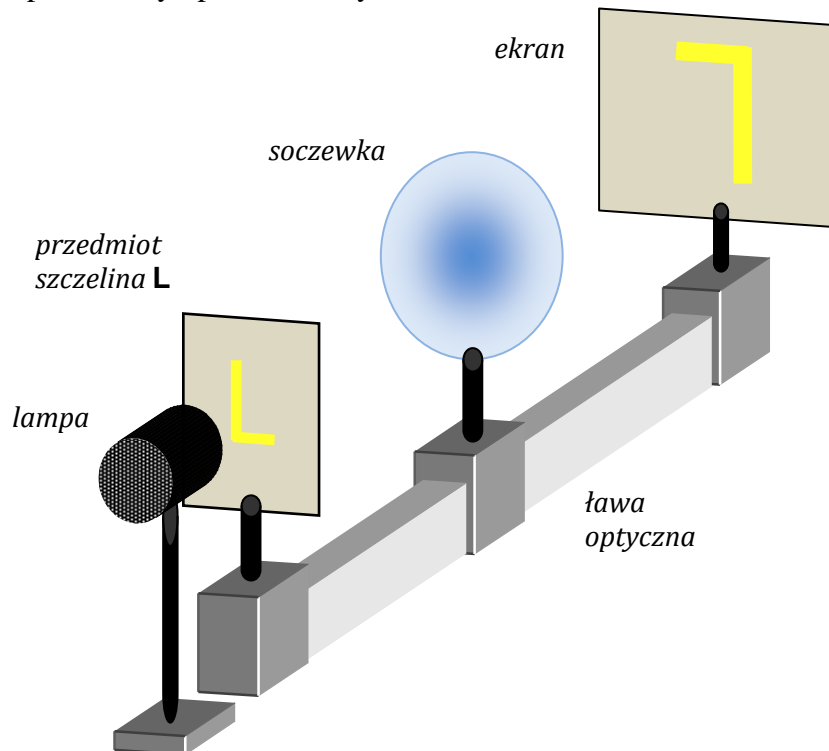
Zagadnienia: równanie soczewki, ogniskowa soczewki, powiększenie, geometryczna konstrukcja obrazu, działanie prostych przyrządów optycznych.

Koncepcja: Odległość ogniskowa nieznanymi soczewek wyznaczana jest poprzez pomiar wzajemnych odległości przedmiotu i ekranu (obrazu) oraz położenia soczewki wytwarzającej obraz przedmiotu na ekranie, a następnie wykorzystanie formuły optyki geometrycznej: równania soczewki lub wzoru Bessel'a.

Zadania:

- A. Wyznaczanie odległości ogniskowej soczewki (układu soczewek) poprzez pomiar dwóch odległości od świecącego przedmiotu: odległości ekranu (obrazu) oraz soczewki wytwarzającej powiększony obraz przedmiotu na ekranie.
- B. Wyznaczanie odległości ogniskowej soczewki (układu soczewek) poprzez pomiar dwóch odległości od świecącego przedmiotu: odległości soczewki wytwarzającej powiększony oraz pomniejszony obraz przedmiotu na ekranie.
- C. Wyznaczanie odległości ogniskowej soczewki (układu soczewek) metodą Bessel'a poprzez pomiar odległości ekranu (obrazu) od świecącego przedmiotu oraz odległości przemieszczenia soczewki pomiędzy dwoma pozycjami, gdy powstaje powiększony oraz pomniejszony obraz przedmiotu na ekranie.

Układ pomiarowy i procedura wykonania.



Rys.1. Schematycznie przedstawiony układ doświadczalny. Przedmiot w postaci wyprofilowanej szeliny (litery L) oświetlany jest wiązką światła lampy z wykorzystaniem soczewkowego kondensora.

Zadanie A

- A.1. Przedmiotem jest szczelina (litera L) oświetlona lampą z kondensorem. Ekran umieszczamy na przeciwnym końcu ławy optycznej w największej możliwej odległości od przedmiotu. Badaną soczewkę skupiającą umieszczamy na ławie pomiędzy przedmiotem i ekranem.
- A.2. Przy ustalonej wartości d zmieniamy położenie soczewki tak, aby otrzymać na ekranie ostry obraz powiększony przedmiotu. Mierzymy w tym układzie odległość a soczewki od przedmiotu oraz odległość d ekranu od przedmiotu (Rys.2) – wyniki zapisujemy w tabeli:

Soczewka skupiająca

Lp.	d [mm]	Δd [mm]	a [mm]	$\Delta_e a$ [mm]	
1					
2					

Należy zarejestrować ocenę eksperymentatora niepewności maksymalnej $\Delta_e a$, jako równą połowice maksymalnego przesunięcia soczewki, przy którym obserwator nie dostrzega zmiany ostrości powiększonego obrazu przedmiotu, a ponadto ocenę niepewności maksymalnej $\Delta d \in [1 \text{ mm}; 3 \text{ mm}]$.

Niepewność związaną z dokładnością odczytu przyjmujemy np. $\Delta_d a = 0,5 \text{ mm}$.

- A.3. Pomiary A.2 powtarzamy dla odległości d pomniejszonej o ok. 35 cm lub 40 cm, jednak nie mniejszej niż 4-krotna odległość ogniskowa soczewki, gdyż w przeciwnym przypadku nie otrzymamy na ekranie ostrego obrazu przedmiotu.
- A.4* Tworzymy układ soczewek: skupiającej i rozpraszającej złączonych oprawami, i montujemy go w miejscu soczewki skupiającej. Pomiar wykonujemy zgodnie z pkt. A.2 dla maksymalnej odległości d . Wyniki rejestrujemy w tabeli:

Układ soczewek: skupiająca i rozpraszająca

Lp.	d [mm]	Δd [mm]	a [mm]	$\Delta_e a$ [mm]	w [mm]
1					

Podobnie, jak w pkt. A.2. rejestrujemy odpowiednie niepewności maksymalne.

Przyjmujemy ponadto niepewność maksymalną $\Delta w = 0,5 \text{ mm}$.

Wartość w oznacza odległość pomiędzy soczewkami tworzącymi układ.

Odległość a mierzona do pierwszej soczewki w układzie, od strony przedmiotu.

- A.5. Niepewności standardowe $u(d), u(a), u(w)$ dla zmierzonych wielkości d, a, w oszacować należy zgodnie z metodą typu B za pomocą formuł:

$u(d) = \frac{\Delta d}{\sqrt{3}}$	$u(a) = \sqrt{\frac{(\Delta_e a)^2}{3} + 2 \frac{(\Delta_d a)^2}{3}}$	$u(w) = \frac{\Delta w}{\sqrt{3}}$
------------------------------------	---	------------------------------------

- A.6. Obliczenia wartości f_s, f_u ogniskowych przeprowadzamy w oparciu o formuły zamieszczone w opracowaniu (dla soczewki skupiającej konieczne jest obliczenie wartości średniej z wielu pomiarów; średniej ważonej – Zadanie A i B). Ponadto należy obliczyć ogniskową f_r soczewki rozpraszającej, zgodnie z formułami zamieszczonymi w opracowaniu (Zadanie A i B). Dla wyznaczonych wartości ogniskowych f_s, f_r oraz ich niepewności standardowych dokonujemy oszacowania niepewności rozszerzonej $U(f) = k_p \cdot u(f)$ z poziomem ufności $p \cong 95\%$ przyjmując w tym celu współczynnik rozszerzenia $k_p = 2$.

Zadanie B

- B.1. Przedmiotem jest szczelina (litera **L**) oświetlona lampą z kondensorem. Ekran umieszczamy na przeciwległym końcu ławy optycznej w największej możliwej odległości od przedmiotu. Badaną soczewkę skupiającą umieszczamy na ławie pomiędzy przedmiotem i ekranem.
- B.2. Przy ustalonym położeniu ekranu zmieniamy położenie soczewki tak, aby dwukrotnie otrzymać na ekranie ostry obraz przedmiotu – raz powiększony, a raz pomniejszony. W obu przypadkach mierzymy odległość soczewki od przedmiotu: a_1 dla obrazu powiększonego, a_2 dla pomniejszonego, i zapisujemy w tabeli:

Soczewka skupiająca

Lp.	a_1 [mm]	$\Delta_e a_1$ [mm]	a_2 [mm]	$\Delta_e a_2$ [mm]	
1					
2					

Należy zarejestrować oceny eksperymentatora niepewności maksymalnych $\Delta_e a_1, \Delta_e a_2$ jako równe połowice maksymalnego przesunięcia soczewki, przy którym obserwator nie dostrzega zmiany ostrości powiększonego i pomniejszonego obrazu przedmiotu. Niepewność związaną z dokładnością odczytu przyjmujemy np. $\Delta_d a_i = 0,5$ mm.

- B.3. Pomiary B.2 powtarzamy dla odległości d pomniejszonej o ok. 35 cm lub 40 cm, jednak nie mniejszej niż 4-krotna odległość ogniskowa soczewki, gdyż w przeciwnym przypadku nie otrzymamy na ekranie ostrego obrazu przedmiotu.
- B.4* Tworzymy układ soczewek: skupiającej i rozpraszającej złączonych oprawami, i montujemy go w miejscu soczewki skupiającej. Pomiar wykonujemy zgodnie z pkt. B.2 dla maksymalnej odległości d . Wyniki rejestrujemy w tabeli:

Układ soczewek: skupiająca i rozpraszająca

Lp.	a_1 [mm]	$\Delta_e a_1$ [mm]	a_2 [mm]	$\Delta_e a_2$ [mm]	w [mm]
1					

Podobnie, jak w pkt. B.2. rejestrujemy odpowiednie niepewności maksymalne. Przyjmujemy ponadto niepewność maksymalną $\Delta w = 0,5$ mm. Wartość w oznacza odległość pomiędzy soczewkami tworzącymi układ. Odległości a_1, a_2 mierzone do pierwszej soczewki w układzie, od strony przedmiotu.

- B.5. Niepewności standardowe $u(a_1), u(a_2), u(w)$ dla zmierzonych wielkości a_1, a_2, w oszacować należy zgodnie z metodą typu B za pomocą formuł:

$i \in \{1, 2\}$	$u(a_i) = \sqrt{\frac{(\Delta_e a_i)^2}{3} + 2 \frac{(\Delta_d a_i)^2}{3}}$	$u(w) = \frac{\Delta w}{\sqrt{3}}$
------------------	---	------------------------------------

- B.6. Obliczenia wartości f_s, f_u ogniskowych przeprowadzamy w oparciu o formuły zamieszczone w opracowaniu (dla soczewki skupiającej konieczne jest obliczenie wartości średniej z wielu pomiarów; średniej ważonej – Zadanie A i B). Ponadto należy obliczyć ogniskową f_r soczewki rozpraszającej, zgodnie z formułami zamieszczonymi w opracowaniu (Zadanie A i B). Dla wyznaczonych wartości ogniskowych f_s, f_r oraz ich niepewności standardowych dokonujemy oszacowania niepewności rozszerzonej $U(f) = k_p \cdot u(f)$ z poziomem ufności $p \cong 95\%$ przyjmując w tym celu współczynnik rozszerzenia $k_p = 2$.

Zadanie C

- C.1. Przedmiotem jest szczelina (litera L) oświetlona lampą z kondensorem. Ekran umieszczamy na przeciwległym końcu ławy optycznej w największej możliwej odległości od przedmiotu. Badaną soczewkę skupiającą umieszczamy na ławie pomiędzy przedmiotem i ekranem.
- C.2. Przy ustalonym położeniu d ekranu zmieniamy położenie soczewki tak, aby dwukrotnie otrzymać na ekranie ostry obraz przedmiotu – raz powiększony, a raz pomniejszony. W obu przypadkach odczytujemy na skali położenia soczewki: x_1 dla obrazu powiększonego, x_2 dla pomniejszonego, i zapisujemy w tabeli:

Soczewka skupiająca

Lp.	d [mm]	Δd [mm]	x_1 [mm]	$\Delta_e x_1$ [mm]	x_2 [mm]	$\Delta_e x_2$ [mm]
1						
2						

Należy zarejestrować oceny eksperymentatora niepewności maksymalnych $\Delta_e x_1, \Delta_e x_2$ jako równe połowice maksymalnego przesunięcia soczewki, przy którym obserwator nie dostrzega zmiany ostrości powiększonego i pomniejszonego obrazu przedmiotu.
Niepewność związaną z dokładnością odczytu x_i przyjmujemy np. $\Delta_d x_i = 0,5$ mm., a ponadto ocenę niepewności maksymalnej $\Delta d \in [1 \text{ mm} ; 3 \text{ mm}]$.

- C.3. Pomiary C.2 powtarzamy dla odległości d pomniejszonej o ok. 30 cm lub 35 cm, jednak nie mniejszej niż 4-krotna odległość ogniskowa soczewki, gdyż w przeciwnym przypadku nie otrzymamy na ekranie ostrego obrazu przedmiotu.
- C.4. Tworzymy układ soczewek: skupiającej i rozpraszającej złączonych oprawami, i montujemy go w miejscu soczewki skupiającej. Pomiar wykonujemy zgodnie z pkt. C.2 dla maksymalnej odległości d . Wyniki rejestrujemy w tabeli:

Układ soczewek: skupiająca i rozpraszająca

Lp.	d [mm]	Δd [mm]	x_1 [mm]	$\Delta_e x_1$ [mm]	x_2 [mm]	$\Delta_e x_2$ [mm]	w [mm]
1							

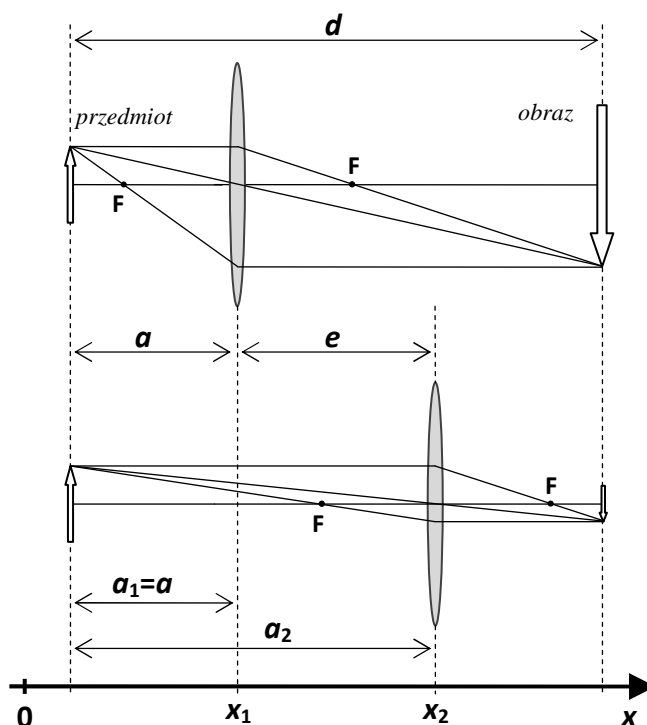
Podobnie, jak w pkt. C.2. rejestrujemy odpowiednie niepewności maksymalne. Przyjmujemy ponadto niepewność maksymalną $\Delta w = 0,5$ mm.
Wartość w oznacza odległość pomiędzy soczewkami tworzącymi układ.
Odległości x_1, x_2 odczytywane dla pierwszej soczewki w układzie.

- C.5. Niepewności standardowe $u(d), u(e), u(w)$ dla zmierzonych wielkości d, w oraz $e = x_2 - x_1$ oszacować należy metodą typu B za pomocą formuł:

$u(d) = \frac{\Delta d}{\sqrt{3}}$	$u(e) = \sqrt{\frac{(\Delta_e x_1)^2}{3} + \frac{(\Delta_e x_2)^2}{3} + 2 \frac{(\Delta_d x)^2}{3}}$	$u(w) = \frac{\Delta w}{\sqrt{3}}$
------------------------------------	--	------------------------------------

- C.6. Obliczenia wartości f_s, f_u ogniskowych przeprowadzamy w oparciu o formuły zamieszczone w opracowaniu (dla soczewki skupiającej konieczne jest obliczenie wartości średniej z dwóch pomiarów; średniej ważonej – Zadanie A i B). Ponadto należy obliczyć ogniskową f_r soczewki rozpraszającej, zgodnie z formułami zamieszczonymi w opracowaniu (Zadanie A i B). Dla wyznaczonych wartości ogniskowych f_s, f_r oraz ich niepewności standardowych dokonujemy oszacowania niepewności rozszerzonej $U(f) = k_p \cdot u(f)$ z poziomem ufności $p \cong 95\%$ przyjmując w tym celu współczynnik rozszerzenia $k_p = 2$.

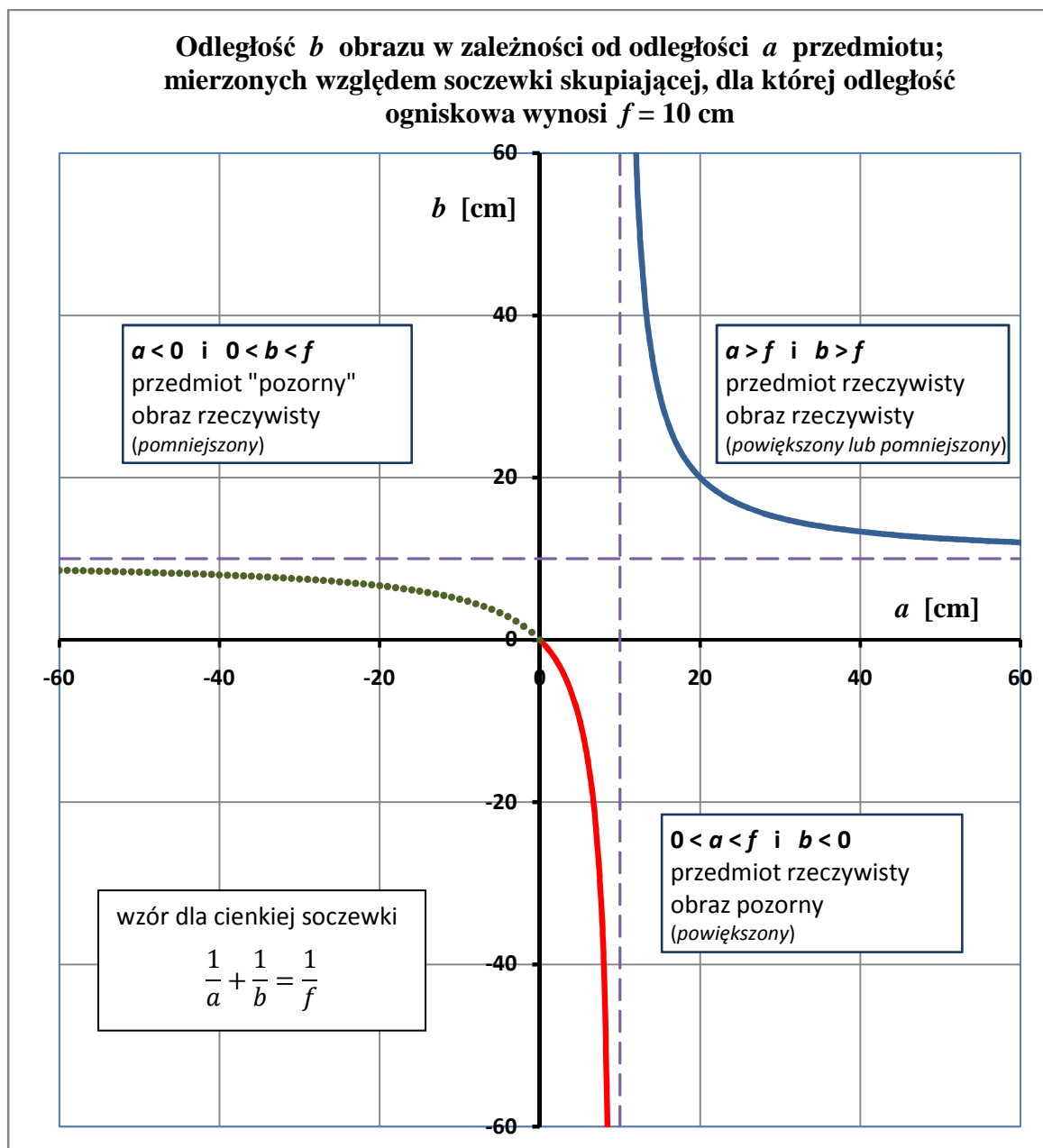
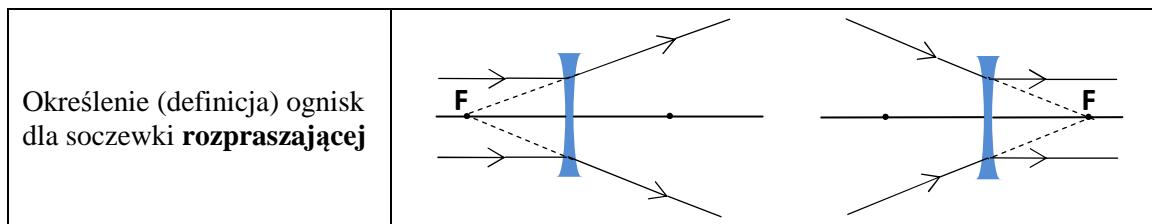
Teoria i wyniki pomiarów.



Rys. 2. Geometryczna konstrukcja obrazu powiększonego i pomniejszonego dla soczewki skupiającej (**F** – ognisko)

<p>Położenia obrazu i przedmiotu względem soczewki opisuje wzór (przybliżony):</p> $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$	<p>f - odległość ognisk F od soczewki; odległość ogniskowa soczewki a - odległość przedmiotu od soczewki, b - odległość obrazu od soczewki.</p>
<p>Wartości odległości a, b reprezentowane są przez liczby (z jednostkami), dla których przyjęć należy konwencję znaków:</p>	
<p>Ponadto, w powyżej przytoczonym wzorze obowiązuje konwencja, że miarą odległości ogniskowej jest dla soczewki skupiającej liczba dodatnia ($f > 0$), natomiast dla soczewki rozpraszającej – liczba ujemna ($f < 0$).</p>	
<p>Zdolność zbierającą D soczewki definiuje się jako odwrotność odległości ogniskowej f wyrażonej w metrach: $D = \frac{1}{f_{[m]}}$ w ośrodku o współczynniku załamania $n = 1$</p>	

<p>Określenie (definicja) ognisk dla soczewki skupiającej</p>	
--	--



Rys. 3. Wykres zależności pomiędzy odległością obrazu od soczewki a odległością przedmiotu od cienkiej soczewki skupiającej.

Zadanie A.

Wykorzystując wzór soczewkowy i uwzględniając, że odległość obrazu od soczewki wyraża się równaniem $b = d - a$ otrzymujemy równanie wiążące zmierzone wartości oraz ogniskową f :

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{d - a} = \frac{1}{f}$$

Obliczenie ogniskowej f na podstawie powyższej formuły oraz zmierzonych odległości d oraz a

$f = \frac{a \cdot (d - a)}{d}$	d - odległość ekranu (obrazu) od przedmiotu
	a - odległość soczewki od przedmiotu, w położeniu soczewki, przy którym otrzymujemy obraz powiększony
Niepewność standardowa dla wyznaczonej wartości f odległości ogniskowej:	
$u(f) = \sqrt{\left(1 - \frac{2a}{d}\right)^2 \cdot u^2(a) + \left(\frac{a^2}{d^2}\right)^2 \cdot u^2(d)}$	
Powyższy algorytm stosujemy przy obliczeniach dla ogniskowej soczewki skupiającej oraz dla układu soczewek.	

Dalsza procedura opracowania wyników znajduje się na str.8,9 w części **Zadanie A,B,C**.

Zadanie B.

Wykorzystując wzór soczewkowy i uwzględniając, że odległości obrazu od soczewki wyrażają się równaniami $b_1 = d - a_1$ oraz $b_2 = d - a_2$, otrzymujemy dwa równania wiążące zmierzone wartości oraz ogniskową f :

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{d - a_1} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad \frac{1}{a_2} + \frac{1}{d - a_2} = \frac{1}{f}$$

z których można wyeliminować nieznaną odległość d otrzymując w rezultacie:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f}$$

Obliczenie ogniskowej na podstawie powyższej formuły oraz zmierzonych odległości a_1, a_2 przy ustalonej, lecz nieznannej odległości ekranu od przedmiotu:

$f = \frac{a_1 \cdot a_2}{a_1 + a_2}$	a_1 - odległość soczewki od przedmiotu, gdy na ekranie powstaje obraz powiększony ; (ustalona odległość ekranu i przedmiotu)
	a_2 - odległość soczewki od przedmiotu, gdy na ekranie powstaje obraz pomniejszony ; (ustalona odległość ekranu i przedmiotu)
Niepewność standardowa wyznaczonej wartości f odległości ogniskowej:	
$u(f) = \sqrt{\left(\frac{f^2}{a_1^2}\right)^2 \cdot u^2(a_1) + \left(\frac{f^2}{a_2^2}\right)^2 \cdot u^2(a_2)}$	
Powyższy algorytm stosujemy przy obliczeniach dla ogniskowej soczewki skupiającej oraz dla układu soczewek.	

Dalsza procedura opracowania wyników znajduje się na str.8,9 w części **Zadanie A,B,C**.

Zadanie C – metoda Bessel’a.

Wykorzystując wzór soczewkowy i uwzględniając, że odległości obrazów (powiększonego i pomniejszonego) od soczewki wyrażają się równaniami $b_1 = d - a_1$ oraz $b_2 = d - a_2$, otrzymujemy dwa równania wiążące zmierzone wartości oraz ogniskową f :

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{d - a_1} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad \frac{1}{a_2} + \frac{1}{d - a_2} = \frac{1}{f}$$

które można sparametryzować za pomocą odległości d oraz odległości $e = a_2 - a_1$ otrzymując w rezultacie:

$$4 \cdot d \cdot f = d^2 - e^2$$

gdzie odległość e może być wyznaczona jako przemieszczenie soczewki równe różnicy odczytanych położenia soczewki x_2, x_1 na skali, względem której przesuwamy soczewkę (zamiast pomiaru odległości od przedmiotu a_1, a_2 ; rysunek Rys.2.):

$$e = a_2 - a_1 = x_2 - x_1$$

Obliczenie ogniskowej na podstawie otrzymanej formuły oraz zmierzonych odległości x_1, x_2 przy ustalonej odległości d ekranu od przedmiotu:

$f = \frac{d^2 - e^2}{4 \cdot d}$	d - odległość ekranu (obrazu) od przedmiotu
	$e = x_2 - x_1$ oznacza odległość przemieszczenia soczewki pomiędzy położeniami x_1, x_2 , przy których powstaje obraz powiększony i pomniejszony , przy stałym d
Niepewność standardowa wyznaczonej wartości f odległości ogniskowej:	
$u(f) = \sqrt{\left(\frac{e}{2d}\right)^2 \cdot u^2(e) + \left(\frac{d^2 + e^2}{4d^2}\right)^2 \cdot u^2(d)}$	
Powyższy algorytm stosujemy przy obliczeniach dla ogniskowej soczewki skupiającej oraz dla układu soczewek.	

Dalsza procedura opracowania wyników znajduje się na str.8,9 w części **Zadanie A,B,C**.

Zadanie A,B,C.Wyznaczenie wartości ogniskowej soczewki w oparciu o zbiór różnych pomiarów

Jeśli wyznaczono kilkakrotnie wartość odległości ogniskowej, otrzymując zbiór wartości $\{f_i\}$ z różnymi wartościami $u(f_i)$ niepewności standardowej, to należy obliczyć wartość średnią z uwzględnieniem odpowiednich wag (średnią ważoną) oraz stosownie do tego niepewność standardową:

średnia ważona	wartości wag	niepewność standardowa
$f = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$	$w_i = \frac{1}{[u(f_i)]^2}$	$u(f) = \left\{ \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{u(f_i)} \right]^2 \right\}^{-\frac{1}{2}}$

* Wyznaczenie wartości ogniskowej soczewki rozpraszającej

Zastosowanie wzoru soczewkowego dla układu soczewek pozwala na wyprowadzenie przybliżonej formuły określającej ogniskową f_u tego układu, przy założeniu małej odległości w pomiędzy soczewkami:

$$\frac{1}{f_u} = \frac{1}{f_s} + \frac{1}{f_r} - \frac{w}{f_s \cdot f_r}$$

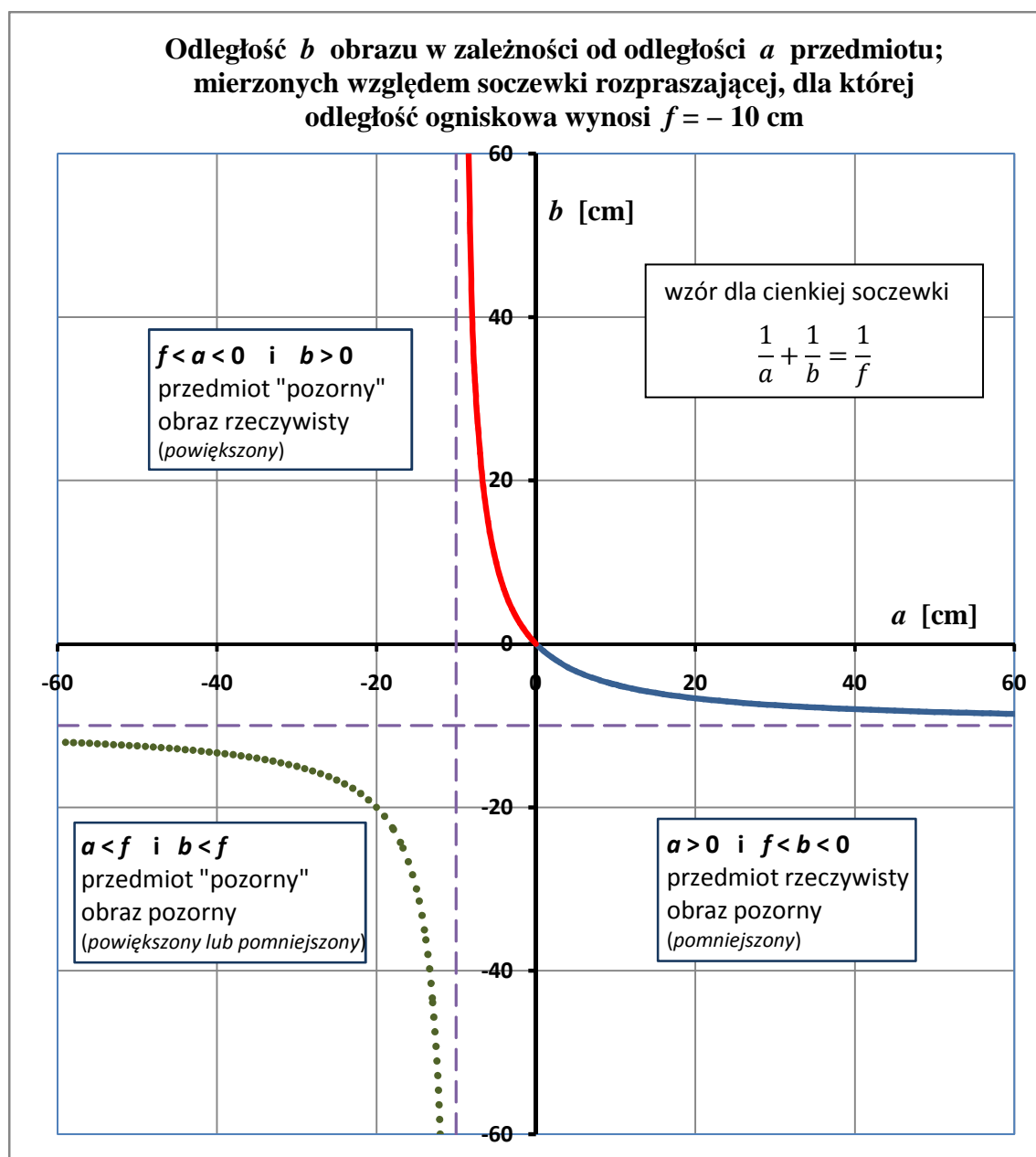
Obliczenie ogniskowej soczewki rozpraszającej f_r na podstawie powyższej formuły oraz wyznaczonych wartości f_s, f_u ogniskowych soczewki skupiającej i układu soczewek oraz zmierzonej odległości w :

$f_r = -\frac{f_u \cdot (f_s - w)}{f_u - f_s}$	f_s - odległość ogniskowa soczewki skupiającej
	f_u - odległość ogniskowa dla układu soczewek
	w - odległość pomiędzy soczewkami w układzie soczewek
Niepewność standardowa wyznaczonej wartości f_r odległości ogniskowej:	
$u(f_r) = \frac{f_u}{f_u - f_s} \cdot \sqrt{\left(\frac{f_s}{f_u} \cdot \frac{f_s - w}{f_u - f_s}\right)^2 \cdot u^2(f_u) + \left(\frac{f_u - w}{f_u - f_s}\right)^2 \cdot u^2(f_s) + u^2(w)}$	

Wyniki obliczeń wartości ogniskowej oraz niepewności rozszerzonej

Dla wyznaczonych wartości ogniskowych f_s, f_r oraz ich niepewności standardowych $u(f_s), u(f_r)$ dokonujemy oszacowania niepewności rozszerzonej $U(f) = k_p \cdot u(f)$ z poziomem ufności $p \cong 95\%$, przyjmując w tym celu współczynnik rozszerzenia $k_p = 2$ (oszacowanie zgodnie z metodą typu B). Wyniki końcowe wyznaczonych wartości ogniskowych podajemy wraz z niepewnościami rozszerzonymi:

soczewka skupiająca	$f_s \pm U(f_s)$
* soczewka rozpraszająca	$f_r \pm U(f_r)$



Rys. 4. Wykres zależności pomiędzy odległością obrazu od soczewki a odległością przedmiotu od cienkiej soczewki rozpraszającej ($f < 0$).

Literatura

H. Szydłowski – Pracownia Fizyczna, PWN Warszawa 1973 i późn.

J. Orear – Fizyka, T.1 i 2, WNT Warszawa 1990

R.Resnick, D.Halliday, J.Walker – Podstawy fizyki,

Materiały pomocnicze dostępne w formie elektronicznej:

- Instrukcje opisujące algorytm opracowania wyników pomiaru,
- Jednostki, stałe fizyczne, liczby,
- Metody oszacowania niepewności pomiaru.