

**KARTA MODUŁU / KARTA PRZEDMIOTU**

|                                  |                             |
|----------------------------------|-----------------------------|
| Kod modułu                       | <b>Z-EKO-476</b>            |
| Nazwa modułu                     | <b>Analiza matematyczna</b> |
| Nazwa modułu w języku angielskim | <b>Calculus</b>             |
| Obowiązuje od roku akademickiego | <b>2012/13</b>              |

**A. USYTUOWANIE MODUŁU W SYSTEMIE STUDIÓW**

|                                  |                             |
|----------------------------------|-----------------------------|
| Kierunek studiów                 | <b>Ekonomia</b>             |
| Poziom kształcenia               | I stopień                   |
| Profil studiów                   | ogólnoakademicki            |
| Forma i tryb prowadzenia studiów | <b>studia stacjonarne</b>   |
| Specjalność                      | <b>Wszystkie</b>            |
| Jednostka prowadząca moduł       | <b>Katedra Matematyki</b>   |
| Koordinator modułu               | <b>dr Mateusz Masternak</b> |
| Zatwierdził:                     |                             |

**B. OGÓLNA CHARAKTERYSTYKA PRZEDMIOTU**

|  |                             |
|--|-----------------------------|
| Przynależność do grupy/bloku przedmiotów             | <b>przedmiot podstawowy</b> |
| Status modułu  | <b>obowiązkowy</b>          |
| Język prowadzenia zajęć                              | <b>polski</b>               |
| Usytuowanie modułu w planie studiów - semestr        | <b>pierwszy</b>             |
| Usytuowanie realizacji przedmiotu w roku akademickim | <b>semestr zimowy</b>       |
| Wymagania wstępne                                    |                             |
| Egzamin  | <b>tak</b>                  |
| Liczba punktów ECTS                                  | <b>6</b>                    |

| <b>Forma prowadzenia zajęć</b> | <b>wykład</b>   | <b>ćwiczenia</b> | <b>laboratorium</b> | <b>projekt</b> | <b>inne</b> |
|--------------------------------|-----------------|------------------|---------------------|----------------|-------------|
| <b>w semestrze</b>             | <b>30 godz.</b> | <b>20 godz.</b>  |                     |                |             |

### C. EFEKTY KSZTAŁCENIA I METODY SPRAWDZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

|                   |   |
|-------------------|---|
| <b>Cel modułu</b> | Celem przedmiotu jest zaznajomienie studentów z podstawowymi pojęciami i twierdzeniami rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej zmiennej rzeczywistej i wykształcenie umiejętności stosowania poznanego aparatu matematycznego do opisu i rozwiązywania prostych zagadnień z zakresu ekonomii, podlegających modelowaniu matematycznemu. |
|-------------------|---|

| Symbol efektu | Efekty kształcenia   | Forma prowadzenia zajęć (w/ć/l/p/inne) | odniesienie do efektów kierunkowych | odniesienie do efektów obszarowych |
|---------------|--|--|-------------------------------------|------------------------------------|
| W_01          | Zna podstawowe pojęcia rachunku różniczkowego i całkowego (funkcji jednej zmiennej) i właściwą dla niego symbolikę matematyczną.   | wykład                                 | K_W06                               | S1A_W06                            |
| W_02          | Zna standardowe procedury dotyczące takich problemów jak badanie funkcji, wyznaczanie funkcji pierwotnej z zastosowaniem do obliczania wartości całek oznaczonych, zagadnienia aproksymacji czy analiza krańcowa.          | wykład, ćwiczenia                      | K_W06                               | S1A_W06                            |
| W_03          | Rozumie abstrakcyjny aspekt analizy matematycznej (np. przejście graniczne, rachunek na nieskończonościach).   | wykład, ćwiczenia                      | K_W06                               | S1A_W06                            |
| U_01          | Ma wystarczającą sprawność obliczeniową w zakresie typowych zadań analizy matematycznej (obliczanie granicy, różniczkowanie, badanie funkcji, całkowanie itp.). Potrafi posłużyć się komputerowym programem obliczeniowym. | ćwiczenia                              | K_U02                               | S1A_U02                            |
| U_02          | Potrafi stosować poznane narzędzia matematyczne do rozwiązywania prostych problemów odnoszących się do dynamiki zjawisk ekonomicznych. Umie zinterpretować otrzymane wyniki.   | ćwiczenia                              | K_U04                               | S1A_U02<br>S1A_U04                 |
| U_03          | Umie posługiwać się językiem matematycznym i poprawnie zapisywać wykonywane operacje matematyczne, używając właściwej symboliki.   | ćwiczenia                              | K_U04                               | S1A_U05                            |
| K_01          | Potrafi przedstawiać swoje stanowisko (swoój sposób myślenia) i bronić go, używając rzeczowych argumentów w dyskusji.  | ćwiczenia                              | K_K08                               | S1A_K06                            |
| K_02          | Widzi potrzebę pogłębienia i uzupełnienia wiedzy z zakresu metod matematyki stosowanej w zależności od potrzeb swojej pracy zawodowej.   | ćwiczenia                              | K_K01<br>K_K05                      | S1A_K06                            |

#### Treści kształcenia:

##### 1. Treści kształcenia w zakresie wykładu

| Nr wykładu | Treści kształcenia   | Odniesienie do efektów kształcenia dla modułu |
|------------|--|---|
| 1          | Zbiór liczb rzeczywistych (działania i nierówności). Zbiory ograniczone. Potęga o wykładniku całkowitym. Dwumian Newtona. Wartość bezwzględna.   | W_01  |
| 2          | Pojęcie funkcji. Funkcje liczbowe zmiennej rzeczywistej. Funkcje okresowe, parzyste, nieparzyste, ograniczone, monotoniczne. Złożenia funkcji. Odwzorowania wzajemnie jednoznaczne. Funkcje odwrotne.        | W_01<br>W_03                                  |
| 3          | Przegląd funkcji elementarnych (wielomiany, funkcje wymierne, funkcje wykładnicza i logarymiczna, informacja o funkcjach hiperbolicznych, funkcje trygonometryczne i cyklometryczne.                         | W_01  |
| 4          | Granica i ciągłość funkcji. Twierdzenia rachunkowe o granicach funkcji. Asymptoty funkcji. Twierdzenia o funkcjach ciągłych: Weierstrassa o osiągnięciu kresów i Darboux o przyjmowaniu wartości pośrednich. | W_01<br>W_03                                  |
| 5          | Pochodna. Interpretacja fizyczna i geometryczna. Reguły różniczkowania.  | W_02  |

|    |  |                      |
|----|--|----------------------|
|    | Pochodna funkcji odwrotnej. Pochodne funkcji elementarnych. Pochodne wyższych rzędów.  |                      |
| 6  | Lemat Fermata, twierdzenie Rolle'a oraz twierdzenia Lagrange'a i Cauchy'ego o przyrostach. Zastosowanie do badania własności funkcji (monotoniczność, ekstrema, wypukłość). Wyznaczanie wartości ekstremalnych funkcji ciągłej w przedziale domkniętym i różniczkowalnej w jego wnętrzu. Zastosowania w ekonomii do zagadnień optymalizacyjnych. | W_01<br>W_02         |
| 7  | Reguły de L'Hospitala. Badanie przebiegu funkcji.  | W_01<br>W_02<br>K_02 |
| 8  | Wzór Taylora. Zastosowania do obliczeń przybliżonych.  | W_01<br>W_02<br>K_02 |
| 9  | Całka oznaczona funkcji ciągłej. Związek z pojęciem pola. Podstawowe własności. Przykłady oszacowań dla całek.   | W_01<br>W_02         |
| 10 | Funkcja pierwotna. Całka nieoznaczona. Twierdzenie podstawowe rachunku różniczkowego i całkowego.  | W_01<br>W_02         |
| 11 | Wyznaczanie funkcji pierwotnych. Wzory podstawowe. Metody całkowania przez części i przez podstawienie.  | W_01<br>W_02         |
| 12 | Rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste. Całkowanie funkcji wymiernych.   | W_01<br>W_02         |
| 13 | Całkowanie pewnych typów funkcji z wyrażeniami niewymiernymi.  | W_01<br>W_03         |
| 14 | Całkowanie funkcji trygonometrycznych.   | W_01<br>W_03         |
| 15 | Całka oznaczona – obliczanie. Zastosowania w geometrii i ekonomii.   | W_01<br>W_02<br>K_02 |

## 2. Treści kształcenia w zakresie ćwiczeń

| Nr zajęć ćwicz. | Treści kształcenia  | Odniesienie do efektów kształcenia dla modułu |
|-----------------|---|---|
| 1               | Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Rozwiązywanie równań i nierówności w dziedzinie rzeczywistej.   | U_01<br>U_03                                  |
| 2.              | Sporządzanie wykresów funkcji elementarnych i opis własności tych funkcji na podstawie wykresu.   | U_01<br>U_03                                  |
| 3.              | Obliczanie granicy funkcji. Wyznaczanie asymptot funkcji wymiernej.   | U_01<br>U_03                                  |
| 4.              | Obliczanie pochodnej funkcji, w tym pochodnej funkcji złożonej.   | U_01<br>U_03                                  |
| 5.              | Badanie przebiegu zmienności funkcji.   | U_01<br>U_03                                  |
| 6.              | Obliczenia przybliżone przez zastąpienie przyrostu funkcji różniczką i ocena dokładności wyniku. Przybliżanie funkcji wielomianem.  | U_01<br>K_01                                  |
| 7.              | Proste zagadnienia optymalizacji sprowadzające się do poszukiwania ekstremum funkcji. Wartości krańcowe i elastyczności funkcji występujących w zastosowaniach ekonomicznych. | W_02<br>U_01<br>U_02                          |
| 8.              | Wyznaczanie funkcji pierwotnej w oparciu o wzory na całkowanie przez części i przez podstawienie.   | W_02<br>U_01<br>U_02                          |
| 9.              | Obliczanie całek funkcji wymiernych poprzez rozkład na ułamki proste.   | W_02<br>U_01<br>U_02                          |
| 10.             | Obliczanie całki oznaczonej. Zastosowania rachunku całkowego do wyznaczania wartości krańcowych w ekonomii.   | W_02<br>U_01<br>U_02                          |

3. Treści kształcenia w zakresie zadań laboratoryjnych
4. Charakterystyka zadań projektowych
5. Charakterystyka zadań w ramach innych typów zajęć dydaktycznych

### Metody sprawdzania efektów kształcenia

| Symbol efektu | Metody sprawdzania efektów kształcenia<br><i>(sposób sprawdzenia, w tym dla umiejętności – odwołanie do konkretnych zadań projektowych, laboratoryjnych, itp.)</i> |
|---------------|--|
| W_01          | Kolokwium zaliczeniowe i egzamin pisemny.  |
| W_02          | Aktywność na ćwiczeniach; kolokwium zaliczeniowe i egzamin pisemny   |
| W_03          | Aktywność oraz udział w dyskusji na ćwiczeniach  |
| U_01          | Kolokwium zaliczeniowe i egzamin pisemny; praca kontrolna  |
| U_02          | Kolokwium zaliczeniowe i egzamin pisemny.  |
| U_03          | Udział w dyskusji na ćwiczeniach; kolokwium zaliczeniowe i egzamin pisemny; praca kontrolna  |
| K_01          | Udział w dyskusji na ćwiczeniach.  |
| K_02          | Udział w dyskusji na wykładach.  |

### D. NAKŁAD PRACY STUDENTA

| Bilans punktów ECTS |   |                            |
|---------------------|---|----------------------------|
|                     | Rodzaj aktywności   | obciążenie studenta        |
| 1                   | Udział w wykładach  | <b>30</b>                  |
| 2                   | Udział w ćwiczeniach  | <b>20</b>                  |
| 3                   | Udział w laboratoriach  |                            |
| 4                   | Udział w konsultacjach (2-3 razy w semestrze)   | <b>10</b>                  |
| 5                   | Udział w zajęciach projektowych   |                            |
|                     | Udział w spotkaniach poświęconych omawianiu prac kontrolnych  | <b>13</b>                  |
| 6                   | Konsultacje projektowe  |                            |
| 7                   | Udział w egzaminie  | <b>2</b>                   |
| 8                   |   |                            |
| 9                   | <b>Liczba godzin realizowanych przy bezpośrednim udziale nauczyciela akademickiego</b>  | <b>75</b><br><i>(suma)</i> |
| 10                  | <b>Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje na zajęciach wymagających z bezpośredniego udziału nauczyciela akademickiego</b><br><i>(1 punkt ECTS=25-30 godzin obciążenia studenta)</i> | <b>3.0</b>                 |
| 11                  | Samodzielne studiowanie tematyki wykładów   | <b>25</b>                  |
| 12                  | Samodzielne przygotowanie się do ćwiczeń  | <b>20</b>                  |
| 13                  | Samodzielne przygotowanie się do kolokwium  | <b>10</b>                  |
| 14                  | Samodzielne przygotowanie się do laboratoriów   |                            |
| 15                  | Wykonanie sprawozdań  |                            |
| 15                  | Przygotowanie do kolokwium końcowego z laboratorium   |                            |
| 17                  | Wykonanie projektu lub dokumentacji   |                            |
| 18                  | Przygotowanie do egzaminu   | <b>10</b>                  |
| 19                  | Wykonanie pracy kontrolnej  | <b>10</b>                  |

|    |   |                            |
|----|---|----------------------------|
| 20 | <b>Liczba godzin samodzielnej pracy studenta</b>  | <b>75</b><br><i>(suma)</i> |
| 21 | <b>Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach samodzielnej pracy</b><br><i>(1 punkt ECTS=25-30 godzin obciążenia studenta)</i>            | <b>3.0</b>                 |
| 22 | <b>Sumaryczne obciążenie pracą studenta</b>   | <b>150</b>                 |
| 23 | <b>Punkty ECTS za moduł</b><br><i>1 punkt ECTS=25-30 godzin obciążenia studenta</i>   | <b>6</b>                   |
| 24 | <b>Nakład pracy związany z zajęciami o charakterze praktycznym</b><br><i>Suma godzin związanych z zajęciami praktycznymi</i>                        | <b>120</b>                 |
| 25 | <b>Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym</b><br><i>1 punkt ECTS=25-30 godzin obciążenia studenta</i> | <b>4.8</b>                 |

## E. LITERATURA

|                               |  |
|-------------------------------|--|
| Wykaz literatury              | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Decewicz G., Żakowski W., <i>Matematyka. Cz. 1</i>, WNT, Warszawa 1997.</li> <li>2. Ostoja-Ostaszewski A., <i>Matematyka w ekonomii. Modele i metody, cz.2.</i>, PWN, Warszawa, 1996</li> <li>3. Hożejowska S., Hożejowski L., Maciąg A., <i>Matematyka w zadaniach dla studiów ekonomiczno-technicznych</i>, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2005</li> <li>4. Krysicki W., Włodarski L.: <i>Analiza matematyczna w zadaniach. Cz. 1</i>, PWN, Warszawa 2002</li> <li>5. Farlow S.J., Haggard G.M., <i>Applied Mathematics for Management, Life Sciences and Social Sciences</i>, Alfred a Knopf Inc, New York 1988</li> <li>6. Gewert M., Skoczylas Z., <i>Analiza matematyczna 1. Definicje, twierdzenia, wzory</i>, Oficyna wydawnicza GiS, Wrocław 2006.</li> </ol> |
| Witryna WWW modułu/przedmiotu |  |